Angles in standard position

标准位置角

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 1/7

CUES · QUESTIONS

提示 · 问题

1. Initial arm of an angle in standard position?
   > 标准位置角的始边?
2. Reference angle of $315°$?
   > $315°$ 的参考角?
3. How do you get coterminal angles?
   > 怎样求同终边角?
4. Which direction is a negative angle?
   > 负角朝哪个方向转?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES

笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES

小结——用自己的话，两句

Special angles & the unit circle

特殊角与单位圆

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 2/7

CUES · QUESTIONS

提示 · 问题

1. Sides of a 30-60-90 triangle?
   > 30-60-90 三角形的三边?
2. Sides of a 45-45-90 triangle?
   > 45-45-90 三角形的三边?
3. Unit-circle point for angle θ?
   > 单位圆上角 θ 对应的点?
4. CAST: which ratio is positive in Q III?
   > CAST：第三象限哪个比值为正?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES

笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES

小结——用自己的话，两句

Trig ratios of any angle

任意角的三角比

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 3/7

CUES · QUESTIONS

提示 · 问题

1. $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ from $P(x, y)$?

   > 由 $P(x, y)$ 求 $\sin\theta$、$\cos\theta$、$\tan\theta$?

2. CAST from Q I to Q IV?

   > CAST 从第一到第四象限?

3. $\sin\theta > 0$, $\cos\theta < 0$. Quadrant?

   > $\sin\theta > 0$、$\cos\theta < 0$，在哪个象限?

4. Can r be negative?

   > r 可以为负吗?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES

笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES

小结——用自己的话，两句

Simple trig equations

简单三角方程

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 4/7

CUES · QUESTIONS

提示 · 问题

1. How many solutions of $\sin\theta = 0.3$ in $0°$–$360°$?
   > $\sin\theta = 0.3$ 在 $0°$–$360°$ 内有几个解?
2. Solve $\cos\theta = -1$.
   > 解 $\cos\theta = -1$。
3. Solve $\sin\theta = 1.2$.
   > 解 $\sin\theta = 1.2$。
4. Tangent negative: which quadrants?
   > tan 为负：哪两个象限?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES

笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES

小结——用自己的话，两句

The sine law

正弦定理

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 5/7

CUES · QUESTIONS
提示 · 问题

1. Sine law?
   > 正弦定理?
2. When can you use the sine law?
   > 什么时候能用正弦定理?
3. Finding an angle — which way up?
   > 求角时分式怎么放?
4. Biggest angle faces…?
   > 最大的角对着……?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES
笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES
小结——用自己的话，两句

The ambiguous case (SSA)

两解情形（SSA）

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 6/7

CUES · QUESTIONS
提示 · 问题

1. Which given data can be ambiguous?
   > 哪种已知条件可能有歧义?
2. Acute A: when are there two triangles?
   > A 为锐角时，什么情况有两个三角形?
3. Acute A, $a = h$?
   > A 为锐角，$a = h$?
4. Obtuse A and $a \leq b$?
   > A 为钝角且 $a \leq b$?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES
笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES
小结——用自己的话，两句

The cosine law

余弦定理

Date · 日期 _____ Topic · 知识点 7/7

CUES · QUESTIONS
提示 · 问题

1. Cosine law (side)?
   > 余弦定理（求边）？
2. Cosine law (angle)?
   > 余弦定理（求角）？
3. SAS or SSS — which law?
   > SAS 或 SSS 用哪个定理?
4. $\cos C < 0$ means?
   > $\cos C < 0$ 说明什么?

Cover the notes. Answer each cue from memory. · 盖住右边的笔记，凭记忆回答每个提示。

NOTES
笔记

1 · Worked example · 1 · 看一道例题 Copy one example from the page. Next to each line write WHY in a few words. · 抄一道例题，每一行旁边用几个字写「为什么」。

2 · Fill in the blanks · 2 · 填空题 Cover the steps and redo it. Leave a gap where you are unsure. · 盖住步骤自己重做，不确定的地方先空着。

3 · Your turn · 3 · 自己做 A new question. Then check it against the answer. · 做一道新题，然后对答案。

SUMMARY — IN MY OWN WORDS, TWO SENTENCES
小结——用自己的话，两句

Trigonometry

三角

• Formula and trap sheet

公式与陷阱一页纸

Everything you need before a test, on the fewest pages. Fold it and keep it in your binder. · 考前要看的东西，压缩在尽量少的页数里。折起来放进文件夹。

Angles in standard position · 标准位置角

FORMULAS · 公式

$\theta_{\text{coterminal}} = \theta + 360^\circ n,\ n \in \mathbb{Z}$ — Coterminal angles

同终边角

$\theta_R = 180^\circ - \theta,\ \theta - 180^\circ,\ 360^\circ - \theta$ — Reference angle in quadrants II, III, IV

第二、三、四象限的参考角

REMEMBER · 记住

- Start on the positive x-axis; counterclockwise is $+$, clockwise is $-$.
  从 x 轴正半轴出发；逆时针为正，顺时针为负。
- Reference angle: acute angle to the x-axis. QII $180^\circ - \theta$, QIII $\theta - 180^\circ$, QIV $360^\circ - \theta$.
  参考角：终边与 x 轴所成锐角。第二象限 $180^\circ - \theta$，第三 $\theta - 180^\circ$，第四 $360^\circ - \theta$。

WATCH OUT · 当心

- Reference angle of 240° as 30° (to the y-axis) → 60° (to the x-axis).
  240° 的参考角写成 30°（量到 y 轴）→ 应为 60°（量到 x 轴）。
- -45° coterminal with 45° → with 315°.
  -45° 与 45° 终边相同 → 应与 315° 终边相同。

Special angles & the unit circle · 特殊角与单位圆

FORMULAS · 公式

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2},\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ — $30°$

$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \tan 45^\circ = 1$ — $45°$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos 60^\circ = \frac{1}{2},\ \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ — $60°$

REMEMBER · 记住

- 45-45-90: $1, 1, \sqrt{2}$. 30-60-90: $1, \sqrt{3}, 2$ (1 opposite 30°).
  45-45-90：$1, 1, \sqrt{2}$。30-60-90：$1, \sqrt{3}, 2$（1 对 30°）。
- Value = reference-angle value with the CAST sign (All, Sin, Tan, Cos in QI to QIV).
  值 = 参考角的值，再配上 CAST 符号（第一到第四象限：全正、正弦、正切、余弦）。

WATCH OUT · 当心

- $\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$ → $-\frac{1}{2}$ (cos negative in QII).
  $\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$ → 应为 $-\frac{1}{2}$（第二象限余弦为负）。
- $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$ → $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (side 1 is opposite 30°).
  $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$ → 应为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$（边 1 对 30°）。

Trig ratios of any angle · 任意角的三角比

FORMULAS · 公式

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — Distance from the origin

到原点的距离

$\sin\theta = \frac{y}{r},\quad \cos\theta = \frac{x}{r},\quad \tan\theta = \frac{y}{x}$ — Primary trig ratios of any angle

任意角的三个基本三角比

REMEMBER · 记住

- $r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$; $\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}$.
  $r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$；$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}$。
- One ratio + quadrant: draw the triangle, find the third side, give x, y their quadrant signs.
  已知一个比值和象限：画三角形，求第三边，按象限给 x, y 定符号。

WATCH OUT · 当心

- $P(-6, -8)$: $r = -10$ → $r = 10$; only x, y carry signs.
  $P(-6, -8)$：$r = -10$ → 应为 $r = 10$；只有 x, y 带符号。
- $\tan^{-1}\left(\frac{4}{-3}\right) = -53.1^\circ$ given as θ → in QII: $180^\circ - 53.1^\circ = 126.9^\circ$.
  把 $\tan^{-1}\left(\frac{4}{-3}\right) = -53.1^\circ$ 当作 θ → 在第二象限：$180^\circ - 53.1^\circ = 126.9^\circ$。

Simple trig equations · 简单三角方程

FORMULAS · 公式

QI: θ_R QII: $180^\circ - \theta_R$ QIII: $180^\circ + \theta_R$ QIV: $360^\circ - \theta_R$ — Angles from the reference angle

由参考角写出各象限的角

REMEMBER · 记住

- Isolate the ratio first; $|\sin\theta|$ or $|\cos\theta| > 1$ → no solution.
  先把三角比单独放一边；$|\sin\theta|$ 或 $|\cos\theta| > 1$ → 无解。
- Reference angle from the POSITIVE value; the sign picks two quadrants (CAST).
  参考角用正值求；符号决定两个象限（CAST）。

WATCH OUT · 当心

- $\cos\theta = -0.3$: only 107.5° → also 252.5°.
  $\cos\theta = -0.3$：只写 107.5° → 还有 252.5°。
- $\sin^{-1}(-0.6) = -36.9^\circ$ used as the reference → reference is 36.9°.
  把 $\sin^{-1}(-0.6) = -36.9^\circ$ 当参考角 → 参考角是 36.9°。

The sine law · 正弦定理

FORMULAS · 公式

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ — Sine law (finding sides)

正弦定理（求边）

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ — Sine law (finding angles)

正弦定理（求角）

REMEMBER · 记住

- $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$; side a is opposite angle A.
  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$；边 a 对角 A。
- Needs a complete pair (side + opposite angle): AAS, ASA, SSA. SAS or SSS → cosine law.
  需要一组完整的「边＋对角」：AAS、ASA、SSA 可用。SAS、SSS → 用余弦定理。

WATCH OUT · 当心

- Rounding $\sin B$ to 2 decimals midway → keep the full calculator value to the end.
  中途把 $\sin B$ 四舍五入到两位 → 保留计算器全值到最后。
- Calculator in radians ($\sin 40 \approx 0.745$) → degrees: $\sin 40^\circ \approx 0.643$.
  计算器在弧度模式（$\sin 40 \approx 0.745$）→ 改角度：$\sin 40^\circ \approx 0.643$。

The ambiguous case (SSA) · 两解情形（SSA）

FORMULAS · 公式

$h = b \sin A$ — Height to compare with a

用来和 a 比较的高

$B_2 = 180^\circ - B_1$ — The second possible angle

第二个可能的角

REMEMBER · 记住

- SSA ($\angle A$, a, b): height $h = b \sin A$.
  SSA（$\angle A$、a、b）：高 $h = b \sin A$。
- Acute A: $a < h$ none; $a = h$ one; $h < a < b$ TWO; $a \geq b$ one.
  A 为锐角：$a < h$ 无；$a = h$ 一个；$h < a < b$ 两个；$a \geq b$ 一个。

WATCH OUT · 当心

- Stopping at B_1 → test $180^\circ - B_1$ (valid if $A + B_2 < 180^\circ$).
  只算到 B_1 → 检验 $180^\circ - B_1$（若 $A + B_2 < 180^\circ$ 就成立）。
- $h = a \sin A$ → $h = b \sin A$ (the side next to A).
  $h = a \sin A$ → 应为 $h = b \sin A$（A 的邻边）。

The cosine law · 余弦定理

FORMULAS · 公式

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ — Cosine law (find a side)

余弦定理（求边）

$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ — Cosine law (find an angle)

余弦定理（求角）

REMEMBER · 记住

- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (c opposite C); $C = 90^\circ$ gives Pythagoras.
  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$（$c$ 对角 C）；$C = 90^\circ$ 时就是勾股定理。
- SAS → third side; SSS → angle from $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.
  SAS → 求第三边；SSS → 由 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 求角。

WATCH OUT · 当心

- $49 + 64 - 112 \cos 50^\circ$ as $(49 + 64 - 112) \cos 50^\circ$ → multiply first, then subtract.
  $49 + 64 - 112 \cos 50^\circ$ 算成 $(49 + 64 - 112) \cos 50^\circ$ → 先乘后减。
- Reporting $c^2 = 62.1$ as $c \to c = \sqrt{62.1} \approx 7.9$.
  把 $c^2 = 62.1$ 当成 c → $c = \sqrt{62.1} \approx 7.9$。